

Causalité et Temps

Russell Davidson

Department of Economics and CIREQ
McGill University
Montréal, Québec, Canada
H3A 2T7

GREQAM
Centre de la Vieille Charité
2 rue de la Charité
13236 Marseille cedex 02, France

email: russell.davidson@univmed.fr

Avril 2010

Les Thèmes

1. La Causalité
2. Le Temps
3. L'univers relativiste
4. L'Économétrie

La Causalité

Considérons deux événements, A et B . Une définition intuitive de la proposition que A cause B est que :

- (i) A et B sont réels ou vrais ;
- (ii) Si A n'est pas réel ou vrai, alors B non plus ; et
- (iii) A précède B dans le temps.

Cette définition pose nombre de questions. Qu'est-ce qu'un événement ? Plusieurs réponses sont admissibles : une action, un fait de la nature, entre autres. Un fait est vrai ou non, une action est faite (réelle) ou non. La définition de causalité est assez générale pour comprendre ces possibilités diverses.

Afin d'éviter certaines trivialités, il convient d'exiger que les événements A et B soient *indépendants* logiquement. On ne dit donc pas que la conclusion d'un théorème mathématique est *causée* par les prémisses du théorème.

Il convient de distinguer la **nécessité** causale de la **suffisance** causale. Pour la nécessité, on affirme que :

non A (écrit comme $\neg A$) implique $\neg B$.

C'est-à-dire que, sans A , on n'aurait pas B . En logique, la condition est équivalente à la condition B implique A ; A est une condition *nécessaire* pour que B soit réel. C'est la condition (ii).

La suffisance affirme que :

A implique B , ou $\neg B$ implique $\neg A$.

C'est-à-dire que, à chaque fois que A est vrai, B l'est aussi, inévitablement : A est une condition *suffisante* à B .

La suffisance est logiquement entièrement distincte de la nécessité. La nécessité laisse ouverte la possibilité que A soit vrai sans pourtant que B soit vrai. La suffisance laisse ouverte la possibilité que B soit vrai même sans que A soit vrai.

Exemple

A : Moi, Russell, taquine Pierre-Henri.

B : Pierre-Henri se fâche avec moi.

Pour la nécessité, Pierre-Henri ne se fâche avec moi que si je le taquine, mais je peux le taquiner parfois sans qu'il ne se fâche. Pour la suffisance, Pierre-Henri se fâche toujours quand je le taquine, mais il se fâche parfois même sans ma provocation.

Dans cet exemple, on peut envisager une étude empirique de l'assertion que *A* cause *B*, de manière soit nécessaire soit suffisante. On n'a qu'à observer l'interaction quotidienne (ou presque !) entre moi et Pierre-Henri, et noter les occasions où *A* et/ou *B* a lieu. Si un jour je taquine P-H (*A*) et lui ne se fâche pas ($\neg B$), alors on a infirmé la causalité suffisante. Si un jour P-H se fâche (*B*) sans être taquiné ($\neg A$), alors on a infirmé la causalité nécessaire. Ceci est possible parce que nos interactions se répètent.

Mais si A et B ne sont pas des événements répétés, mais plutôt uniques, quel est le sens que l'on peut donner à l'assertion que A a causé B ? Je suppose que la condition (i) est vérifiée, de sorte que A et B sont réels. Pour que l'assertion ait un sens, il paraît qu'il faut admettre des *mondes* ou même des *univers* imaginaires. On dit que ces mondes ou univers sont *contre-factuels*, même si le terme n'est pas encore admis par l'Académie. Si on ne les admet pas, il est impossible de savoir ce qui *aurait* eu lieu si A n'était pas réel, ou si B ne l'était pas.

Mais ce constat ouvre un tas de problèmes philosophiques, et même physiques. Les univers contre-factuels constituent quel ensemble d'univers? Comment le délimiter? Soit X cet ensemble. Il y a plusieurs choix possibles :

- (a) X est l'ensemble des univers *logiquement* possibles, c'est-à-dire les univers non exclus pour cause de faute de logique ;
- (b) X est l'ensemble des univers compatibles avec les lois de la physique ;
- (c) X est l'ensemble des univers logiquement et physiquement admissibles qui sont assez *similaires* au monde réel ou *proches* de celui-ci.

Le dernier choix est sans doute le meilleur, mais quelle est la topologie à utiliser afin de définir un *voisinage* du monde réel?

Le Déterminisme

Par là, je fais allusion au démon de Laplace, et à la physique classique, parfaitement déterministe. Tout est déterminé par les conditions au bord, ou conditions initiales, et par les lois de l'évolution physique, par exemple, la mécanique newtonienne et l'électromagnétisme de Maxwell. Cette approche déterministe s'étend même à la relativité, restreinte ou générale, d'Einstein.

Selon le déterminisme, à chaque instant il n'y a qu'un seul futur possible. Si cela est vrai, alors une relation causale entre deux événements uniques n'a pas de sens. Certains philosophes prétendent que le déterminisme nie la possibilité du libre arbitre, et donc de la responsabilité morale.

Mais, même dans un univers déterministe, il n'est pas possible d'accéder à l'ensemble des informations supposées en possession du démon de Laplace, de sorte que les événements futurs ne sont pas tous *prévisibles*. En fait, nous pouvons, sinon prévoir, du moins *anticiper*, *imaginer*, ou même *craindre*, des futurs différents du futur réel. On peut aussi supposer que chacun de ces futurs envisageables est soumis aux lois de la physique, et probablement aussi à celles des sciences sociales, par exemple, la psychologie.

Le Chaos Déterministe

Il est bien connu que la mécanique classique permet des dynamiques **chaotiques**. On entend par là qu'une variation des conditions initiales, aussi petite soit-elle, peut donner lieu à des divergences dans l'évolution future du système dynamique de taille arbitrairement grande. J'essaie de formaliser.

Soit x_0 l'état initial d'une variable x . On suppose que la valeur de la variable évolue, de manière purement déterministe, selon une loi dynamique. En temps continu, on a une équation différentielle, $\dot{x} = f(x)$; en temps discret, on a une loi d'itération de la forme $x_{t+1} = g(x_t)$. L'évolution ainsi décrite est dite chaotique si, pour tout $\varepsilon > 0$ et pour tout $K > 0$, il existe un temps T tel que $|x(T; x_0) - x(T; x_0 + \varepsilon)| > K$ (dans le cas continu) ou $|x_T(x_0) - x_T(x_0 + \varepsilon)| > K$ (dans le cas discret).

Autrement dit, un changement minuscule de l'état initial engendre des effets arbitrairement grands dans le futur. De là proviennent les difficultés de prévision météorologique, mais aussi la possibilité de générateurs de nombres (pseudo-)aléatoires par l'ordinateur, appareil déterministe par excellence.

Il est clair que le chaos nous autorise à prendre en considération dans X des futurs assez différents. En fait, la prudence exige de telles considérations ! En particulier, avant que A se produise, ou ne se produise pas, on peut considérer des futurs où on a A ou $\neg A$, et B ou $\neg B$. En appliquant les règles de la physique et tout autre règle pertinente, nous pouvons infirmer l'un ou l'autre type de causalité en scrutant les évolutions dans les futurs différents.

On voit finalement que ni le déterminisme éventuel ni l'indéterminisme éventuel de l'univers ne sont effectivement pertinents pour une analyse de causalité par un être conscient, sauf le démon de Laplace (s'il existait). L'essentiel est de pouvoir concevoir des futurs différents, tout comme, en histoire, on donne un sens à la notion de causalité en considérant des évolutions contre-factuelles.

En fait, un déterminisme, même approximatif, *aide* à analyser les futurs différents. Si tout est possible, il est inutile d'anticiper quoi que ce soit.

L'Indéterminisme Quantique

Nous savons que l'introduction de la mécanique quantique au début du vingtième siècle a introduit un élément aléatoire dans la physique microscopique. « Aléatoire » signifie non déterministe. Est-ce que ceci facilite l'analyse de la causalité ou le contraire ? Selon le physicien David Deutsch, cet indéterminisme permet de donner un sens à la causalité d'une nature entièrement différente de celui donné par la physique déterministe mais chaotique.

Il est vrai que les équations de la mécanique quantique ne comportent aucun élément aléatoire. Elles sont tout aussi déterministes que les équations de la physique classique. Selon Deutsch, et une minorité d'autres physiciens, l'indéterminisme provient de l'existence d'un nombre infini d'**univers parallèles**. Ce qui est aléatoire n'est pas du tout la dynamique quantique dans ce « multivers », mais plutôt la branche de ce multivers à laquelle appartient l'observateur. En considérant l'ensemble des univers qui constituent le multivers, on aura une certaine proportion où A est vrai, et une autre proportion où $\neg A$ est vrai. Si même un seul univers exhibe $\neg A \wedge B$, on infirme la causalité nécessaire ; s'il y en a avec $A \wedge \neg B$, on infirme la causalité suffisante. On peut de la même manière donner une interprétation de la *probabilité* de tel ou tel événement. En fait c'est ce que l'on fait toujours en faisant un calcul de mécanique quantique.

La Non Causalité

Dans toutes les sciences, tous les progrès sont le résultat d'une expérience, ou d'une observation, qui *infirme* une hypothèse. Il est donc important de pouvoir démontrer la non causalité, ou l'absence de lien de cause à effet, entre deux événements, ou types d'événements. J'en parlerai plus tard dans le contexte de l'économétrie.

Ici, juste quelques problèmes difficiles à résoudre.

- (1) Deux enfants jettent des pierres en direction d'une bouteille en verre. La première pierre du premier enfant casse la bouteille. Une seconde après, la première pierre du second enfant passe à travers les morceaux de verre là où la bouteille était une seconde avant. Ici, nous pouvons établir tous les liens causaux, de nécessité et de suffisance.
- (2) Une personne X fait un tour dans le désert. L'un de ses ennemis mortels, Y , remplace en secret l'eau dans le récipient de X par un poison mortel. Un autre ennemi, Z , une fois X dans le désert, vole le récipient, tout en croyant qu'il contient de l'eau. X meurt de soif. C'est qui le coupable ?

Le Temps

« Qu'est-ce que en effet que le temps ? Qui saurait en donner avec aisance et brièveté une explication ? ... Si personne ne me pose la question, je le sais ; si quelqu'un pose la question et que je veuille expliquer, je ne sais plus. »

Saint Augustin, Confessions, XI, 14, 17

« Absolute, true, and mathematical time, of itself, and from its own nature, flows equably without relation to anything external. »

Isaac Newton, Principia

Depuis très longtemps le temps est considéré comme un mystère. En réalité, le temps ne coule pas ; le flux du temps est une illusion. Le temps est unidimensionnel, mais il faut qu'il soit regroupé avec l'espace tridimensionnel afin de formuler un concept cohérent, qui est l'**espace-temps**, à 4 dimensions.

En physique classique, y compris la physique relativiste mais non quantique, l'espace-temps est un bloc statique. Un « instant » est une coupe transversale, à 3 dimensions donc, de ce bloc. Un objet physique, microscopique ou macroscopique, suit une **trajectoire** dans l'espace-temps, de sorte que, à chaque instant, il occupe une région de l'espace tridimensionnel qui constitue cet instant. Le mouvement est le changement de cette région d'un instant sur l'autre. Mais, même si un agent n'arrive pas à anticiper parfaitement sa trajectoire future, cette trajectoire est ce qu'elle est, et l'agent ne peut pas la changer. Aucun sens ne peut être donné aux idées de causalité.

La mécanique quantique pourrait éventuellement améliorer ce cas de figure déprimant, mais le fait est que les physiciens ne sont pas encore parvenus à intégrer de manière satisfaisante la mécanique quantique et la relativité générale. Le problème est précisément qu'il n'existe pas encore un moyen d'obtenir la quantification de l'espace-temps. Sans cela, dans le contexte du multivers, les choses sont tout aussi déterministes que dans l'optique classique.

La Modélisation

La science peut être considérée comme un « objet » du monde réel, de nature sociologique, probablement. Mais le but de la science, selon ses praticiens, est de *comprendre* le monde réel, qu'il s'agisse d'un univers ou d'un multivers. Nous n'avons pas encore une bonne compréhension de notre façon de comprendre, faute d'une compréhension suffisamment détaillée du cerveau et de ce que nous appelons la *conscience*. Toutefois, on constate que les sciences font appel à des **modèles** pour comprendre. Les modèles sont parfois excellents, parfois piètres (les cendres émises par le volcan ... ?), mais ils résument ce que nous comprenons des phénomènes du monde réel.

On peut assimiler les modèles à la **réalité virtuelle**. C'est évidemment vrai quand un modèle peut faire l'objet d'une simulation sur ordinateur, mais il est fructueux de concevoir les modèles scientifiques plus généralement comme des réalités virtuelles. Un modèle donné n'est pas forcément conforme à la (vraie) réalité. Les lois de la physique peuvent ne pas être respectées ; les propriétés des êtres humains peuvent être altérées, comme c'est le cas dans beaucoup de modèles économiques. Vu la grande plasticité des modèles, on peut rendre à l'idée de causalité toute sa force dans le contexte des réalités virtuelles. On peut *calculer* les effets, et dire si un événement virtuel en cause un autre ou non.

Certains modèles sont purement descriptifs. Un modèle statistique, par exemple, pourrait spécifier les propriétés probabilistes d'un ensemble de variables, et rien d'autre. Ce type de modèle permet de faire des prévisions, sur la base des structures probabilistes qu'il fournit. Il y a un demi-siècle, bon nombre de physiciens considéraient la mécanique quantique sous cette optique, comme une recette mathématique qui permettait de prévoir les résultats des expériences. Les « interprétations » de la mécanique quantique étaient à cette époque assez contre-intuitives. Certaines, comme l'évocation du multivers, étaient traitées de ridicules, farfelues – même aujourd'hui, par la majorité des physiciens.

Mais cette approche positiviste, et pour ainsi dire aveugle, est en train de céder à une soif d'**explications** en physique. Certes, on a un meilleur ajustement aux données expérimentales que toute autre discipline, mais est-ce qu'on a une vraie **théorie** ? Une théorie **explique**, en proposant un **mécanisme**, c'est-à-dire des chaînes causales. La physique classique ne s'y intéressait pas. Ce modèle est en fait purement descriptif, et n'explique rien, même s'il permet de calculer les orbites des planètes.

“It is wrong to think that the task of physics is to find out how nature is. Physics concerns what we can say about nature.”

Niels Bohr

L'Univers Relativiste

La relativité restreinte pose un problème pour nos définitions de causalité, parce que nous voulons exiger que la cause précède l'effet. Or, l'un des aspects peu intuitifs de la relativité est qu'il n'existe pas de notion de **simultanéité**, du moment que deux observateurs ont des vitesses différentes. Si on a deux événements A et B – des points dans l'espace-temps – il se peut que le premier observateur trouve que A précède B alors que le second observateur trouve le contraire.

Étant donné que la causalité est une notion tout aussi importante pour la physique que pour les autres sciences, on imagine bien qu'on a vite trouvé une solution. À chaque point de l'espace-temps, on subdivise la totalité de l'espace-temps en trois sous-ensembles. Le premier est l'ensemble de points tels que la distance du point à notre point de référence est spatiale. Cela signifie qu'il est impossible d'aller de l'un des points à l'autre à une vitesse inférieure ou égale à la vitesse de la lumière. On exclut la possibilité de tout lien de causalité entre deux points séparés spatialement.

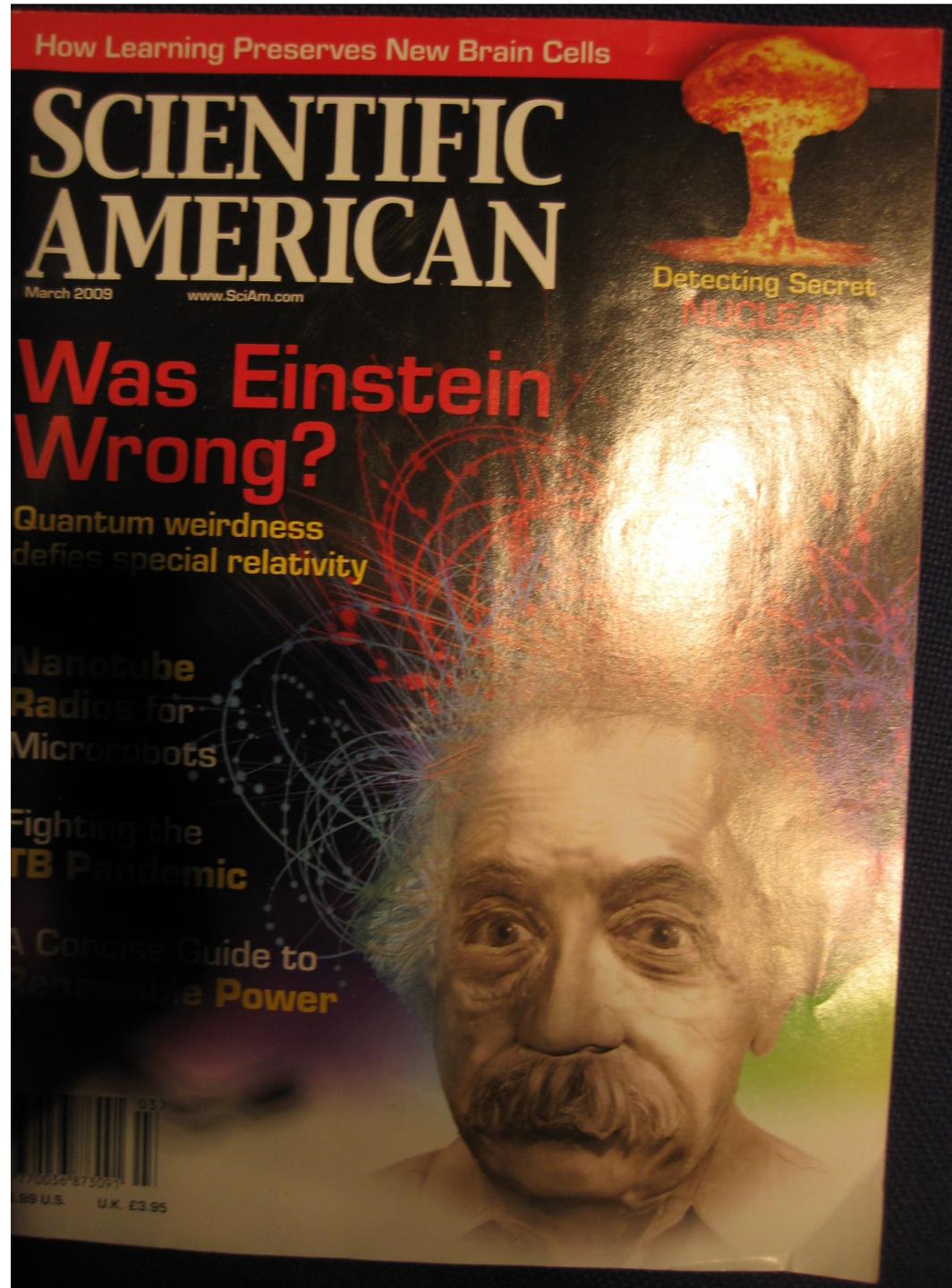
Le deuxième sous-ensemble est l'ensemble des points tels qu'il existe une trajectoire du point au point de référence où on ne dépasse pas la vitesse de la lumière. Ces points constituent le « passé » du point de référence. Ils peuvent causer le point de référence. Le dernier sous-ensemble est le « futur »; les points que le point de référence peut causer. Les trois sous-ensembles sont séparés par les trajectoires des photons (la lumière) qui intersectent le point de référence.

Un autre problème s'avère beaucoup plus difficile à résoudre. Il ressort de l'interaction entre la mécanique quantique et la relativité restreinte. Après l'invention de la mécanique quantique moderne, dans les années 1920, on a vite compris l'existence d'états quantiques **intriqués**. On parle d'**intrication quantique** (pour information, « quantum entanglement » en anglais, le terme français n'étant que très peu utilisé).

Une réaction atomique produit deux photons qui part d'un même endroit dans l'espace-temps, en directions diametralement opposées, et avec des directions de polarisation orthogonales. Le principe d'indétermination quantique ne permet pas de connaître à l'avance si l'un des deux photons passera par un filtre qui bloque la polarisation horizontale, c'est-à-dire un polarisateur. Si oui, après le passage ce premier photon est définitivement dans l'état de polarisation verticale, de sorte que l'autre photon est définitivement dans l'état de polarisation horizontale. Les deux photons se quittent à la vitesse de la lumière, et se trouvent donc séparés spatialement. Mais il paraît que le fait de soumettre le premier photon à la mesure constituée du polarisateur influe sur une mesure possible de l'état de polarisation de l'autre. Ce paradoxe est associé aux noms de Einstein, Podolsky, et Rosen (EPR).

La conclusion du papier EPR est que la théorie quantique est incomplète. Afin d'éviter la transmission d'un message instantanément entre les deux photons, il faut supposer (selon eux) que l'information nécessaire est prédéterminée, au moment de la création de la paire de photons. C'est une théorie de **variables cachées**. Mais plus tard, en 1971, le physicien John Bell a démontré, au moyen d'un raisonnement statistique assez simple, qu'il n'existe pas la possibilité de reproduire les corrélations prédites par la mécanique quantique par des variables cachées (ou latentes, selon la terminologie de l'économétrie), quelles qu'elles soient. La conclusion qui en est tirée le plus souvent est que la mécanique quantique est intrinsèquement non locale. Cette conclusion est certes contre-intuitive, mais pas plus que d'autres aspects de la mécanique quantique, et elle est acceptée par beaucoup de physiciens, dont certains estiment que le paradoxe est réel, et qu'il y a une vraie incompatibilité entre la relativité restreinte et la mécanique quantique.

Un tel propos a été tenu récemment dans un article paru dans le numéro de mars 2009 de la revue *Scientific American*. En lisant cet article, j'étais choqué, car j'étais sûr que, quelles que soient les difficultés associées à la gravitation quantique – et donc la relativité générale – il n'y a pas de problèmes si on se limite à la relativité restreinte.



Dans le papier d'EPR, ils veulent que la physique soit locale – c'est en effet une version plus forte de l'exigence de causalité, où on exclut les actions à distance. À l'exigence que la cause précède l'effet, on rajoute l'exigence que la cause et l'effet doivent interagir de manière locale ; intuitivement, il faut qu'ils se touchent.

Afin d'éviter la conclusion que la mécanique quantique n'est pas une théorie complète, la plupart des physiciens supposent qu'elle est non locale. Mais notre collègue Carlo Rovelli, du Centre de Physique Theorique de Luminy, en collaboration avec d'autres chercheurs, a proposé la **mécanique quantique relationnelle** ou **RQM**. La motivation de cette nouvelle approche est qu'ils ont trouvé dans le discours d'EPR une autre hypothèse implicite, celle du **réalisme**, exprimée comme suit par Einstein :

“There exists a physical reality independent of substantiation and perception.”

Dans un papier de février 2008, Rovelli et Matteo Smerlak, de l'École Normale Supérieure de Lyon, démontrent que l'abandon de l'hypothèse de réalisme permet de rétablir la localité de la mécanique quantique. Rovelli souhaite, sans y être parvenu aujourd'hui, baser une interprétation complète de la mécanique quantique sur les fondements de la RQM. Il dit que

“Quantum mechanics is a theory about the physical description of physical systems relative to other systems, and this is a complete description of the world.”

L'Économétrie

L'économétrie est censée être une entreprise scientifique. Par conséquent, elle s'appuie sur des modèles. À la différence de la physique classique, les modèles économétriques introduisent explicitement des éléments aléatoires. Qu'est-ce qu'on entend par « aléatoire » dans ce contexte ?

La réponse que je donne habituellement à cette question – en cours je pose la question moi-même, et je donne ma réponse ensuite – est que les **aléas** d'un modèle économétrique représentent tout ce que l'on ne souhaite pas modéliser explicitement. Peut-être est-ce parce que l'on ne *peut* pas les modéliser explicitement, par manque de données, par exemple. Le plus souvent, c'est parce que l'on sait que le phénomène étudié – je prendrai plus tard l'exemple de la consommation des ménages – est soumis à des déterminants (!) qu'on n'arrive pas à quantifier, et qui sont probablement sans intérêt pour un économètre dont le but est de comprendre les mécanismes économiques, même si la compréhension partielle ne permet pas toujours de faire des prévisions fiables !

L'économétrie, comme l'ensemble des disciplines statistiques, doit s'appuyer sur la notion d'**observations répétées** d'un même phénomène. Nous avons vu que la répétition d'un phénomène dans des circonstances similaires (mais jamais identiques) permet d'introduire de manière cohérente le concept de causalité. On échappe ainsi à presque tous les pièges philosophiques dont j'ai parlé jusqu'ici.

En même temps, on introduit des complications. Nous traitons ici de variables continues, ce qui signifie que l'événement B (l'effet) doit être remplacé par une mesure quantitative d'une ou de plusieurs variables. De même pour la cause A . Il est donc plus simple de définir la **non causalité**. On dit qu'une variable X ne cause pas une autre variable Y si les valeurs antérieures assumées par X n'ont aucune influence sur les valeurs ultérieures assumées par Y .

Les aléas du modèle servent à introduire naturellement le voisinage de circonstances autour de la trajectoire observée de X et Y . On n'a plus besoin d'inventer des trajectoires imaginaires qui auraient pu avoir existé dans le monde réel, ni d'évoquer les univers parallèles de la mécanique quantique. Il suffit de laisser varier les réalisations des aléas afin de créer, dans une réalité virtuelle, toutes les circonstances pertinentes pour infirmer la suffisance causale.

Pourquoi pas la nécessité causale ? On a vu que A cause B nécessairement si B implique A . Or, en logique propositionnelle,

$$B \Rightarrow A \quad \Leftrightarrow \quad A \vee \neg B,$$

dont la négation est

$$\neg(A \vee \neg B) \quad \Leftrightarrow \quad \neg A \wedge B.$$

On infirme la nécessité causale si B se produit en l'absence de A . En traduisant, la variable Y (associée à l'événement B) varie sans mouvement de la variable X (associée à A). Mais normalement Y a plusieurs déterminants, ce qui fait que Y peut très bien varier sans changement de la valeur de X . On infirme donc la nécessité causale.

En théorie économique, on dit souvent *ceteris paribus*, toutes choses égales par ailleurs. Dans une réalité virtuelle, on peut s'arranger à ce que toutes les autres variables, et aussi les réalisations des aléas, ne varient pas. Ceci est une manière de restreindre l'ensemble de circonstances prises en considération afin d'établir l'existence ou la non existence d'un lien causal. Mais, si rien ne peut varier sauf X et Y , on a une relation fonctionnelle déterministe entre les deux variables, et on n'infirme jamais la nécessité causale. La conclusion est que la suffisance causale est le concept intéressant en économétrie.

La suffisance causale est la proposition que A implique B . La logique propositionnelle dit que la négation de la proposition est $\neg B \wedge A$. En traduisant, X varie sans qu'il y ait l'effet d'un mouvement de Y . Encore une fois, on infirme la suffisance causale si, *ceteris paribus*, Y a la même valeur quelle que soit la valeur de X . La relation déterministe entre les deux variables introduite par l'hypothèse *ceteris paribus* n'admet qu'une seule valeur pour Y .

Nous sommes arrivés enfin à une hypothèse testable. L'hypothèse nulle spécifie une relation, sans doute compliquée, entre l'ensemble des variables considérées comme pertinentes, plus un ensemble d'aléas. La spécification est telle que, pour toute configuration des variables autres que X et Y , et pour toute réalisation des aléas, la valeur de Y est déterminée de manière unique, quelle que soit la valeur de X . L'hypothèse alternative permet à la valeur de X d'avoir une influence sur la valeur de Y .

Ma discussion jusqu'ici n'a pas mentionné le temps. Pour qu'il y ait causalité de Y par X , il faut que le mouvement de X *précède* celui de Y . En jargon économétrique, ce n'est pas la valeur courante de X qui influe sur Y , c'est la ou les valeurs **retardées**. Donc, un modèle avec causalité doit être un modèle **dynamique**.

En économie, comme en écologie, nos modèles ne comportent souvent aucune variable **exogène**. Dans un modèle probabiliste, une variable exogène est traitée comme si elle est déterministe. Autrement dit, on fait toute analyse **conditionnellement** à cette variable. Sans variables exogènes, toutes les variables du modèles sont **endogènes**, de sorte qu'il se peut que tout dépende de tout.

En économétrie, les modèles de ce type les plus utilisés sont les **VAR**, ce qui signifie auto-régression vectorielle. Les valeurs courantes d'un ensemble de variables, toutes endogènes, sont déterminées par les valeurs retardées du même ensemble de variables et par les réalisations d'un ensemble d'aléas. Le choix quasiment universel est de postuler une relation linéaire. Je donne maintenant une illustration qui se sert de la fonction de consommation des ménages.

Voici notre modèle :

$$\begin{aligned}c_t &= \alpha_1 + \beta_{11}c_{t-1} + \beta_{12}y_{t-1} + u_{t1}, \\y_t &= \alpha_2 + \beta_{21}c_{t-1} + \beta_{22}y_{t-1} + u_{t2}.\end{aligned}$$

Les deux variables sont c , la consommation des ménages, ou, plus probablement le logarithme de la consommation, et y , leur revenu disponible ou son log. Il s'agit ici d'une relation macroéconomique. Les variables sont agrégées, et elles représentent des **flux**. L'indice temporelle t désigne une période d'une durée déterminée, une année, un trimestre, un mois, Les aléas u_{t1} et u_{t2} sont des réalisations d'une distribution bivariée, à espérance nulle. On suppose que la paire (u_{t1}, u_{t2}) est indépendante de toute autre paire (u_{s1}, u_{s2}) , avec $s \neq t$. Les notations $\alpha_i, \beta_{ij}, i, j = 1, 2$, indiquent les **paramètres** du modèle. Ils sont des constantes déterministes.

Si les valeurs des paramètres sont connues, ainsi que la distribution bivariée des aléas, on peut faire une simulation stochastique – une réalité virtuelle – à condition seulement d'avoir la condition initiale (c_1, y_1) . On spécifie ainsi un **processus générateur de données**, ou **PGD**, qui permet d'étudier toutes les propriétés statistiques des variables générées.

Selon la théorie macroéconomique, le revenu disponible cause la consommation. Normalement, en dehors de quelques modèles plus sophistiqués, la consommation ne cause pas le revenu. Cette dernière hypothèse correspond à l'hypothèse paramétrique selon laquelle $\beta_{21} = 0$. On a plusieurs méthodes qui permettent de tester cette hypothèse.

Pour m'amuser, j'ai estimé le modèle sur des données canadiennes trimestrielles. Je n'arrive pas à rejeter l'hypothèse que c_{t-1} ne cause pas y_t . Ce qui m'a amusé est que je n'arrive pas non plus à rejeter l'hypothèse que y_{t-1} ne cause pas c_t .

On voit que, dans le contexte d'une VAR, deux variables peuvent se causer mutuellement. Dans les faits, il paraît ici qu'il n'y a pas de causalité, du moins du type considéré.

On voit aussi que la structure dynamique permet d'estimer les retards de causalité. Une dynamique compliquée s'exprime par des **retards échelonnés**.