Chapitre 1

Taxation optimale en premier rang

En premier rang, l'Etat est informé du talent des individus. En conséquence, le transferts forfaitaire dépend du niveau du talent. Deux grands résultats ont été démontrés pour le problème de taxation optimale au premier rang lorsque la population est immobile. Pour un objectif social utilitariste, l'utilité indirecte est strictement décroissante selon la compétence lorsque le loisir est un bien normal (**?**) : il s'agit de la *malédiction des talentueux.* Ce résultat se généralise à toute moyenne d'ordre ρ, ρ étant fini. Pour un objectif social Rawlsien, tous les agents reçoivent la même utilité indirecte. En regard de la solution utilitariste, la solution Rawlsienne est ainsi moins désavantageuse pour les agents talentueux.

1.1 "La malédiction des talentueux"

On considère un objectif social défini par la moyenne d'ordre $\rho \geq 0$.

Problème 1 *Le problème de taxation optimale au premier rang s'écrit :*

$$\mathcal{W}_\rho(\overline{\omega}) := \max_{c(\omega),l(\omega)} \begin{cases} \int_{\underline{\omega}}^{\overline{\omega}} \frac{U^{1-\rho}(c(\omega),l(\omega))}{1-\rho} dF(\omega) & pour\ \rho \in [0,+\infty[\setminus\{1\} \\ \int_{\underline{\omega}}^{\overline{\omega}} \ln\left(U\left(c(\omega),l(\omega)\right)\right) dF(\omega) & pour\ \rho = 1 \end{cases} \tag{1.1}$$

sous la contrainte budgétaire de l'Etat :

$$\int_{\underline{\omega}}^{\overline{\omega}} \left[\omega l(\omega) - c(\omega)\right] dF(\omega) = 0 \tag{1.2}$$

Le Lagrangien de ce problème est :

$$\begin{cases} \mathcal{L} = \frac{U^{1-\rho}(c(\omega),l(\omega))}{1-\rho} + \gamma\left[\omega l(\omega) - c(\omega)\right] & \text{pour } \rho \in [0,+\infty[\setminus\{1\} \\ \mathcal{L} = \ln U\left(c(\omega),l(\omega)\right) + \gamma\left[\omega l(\omega) - c(\omega)\right] & \text{pour } \rho = 1 \end{cases} \tag{1.3}$$

où γ est le multiplicateur associé à la contrainte (1.2). Pour $\rho \geq 0$, on obtient les conditions du premier ordre suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_c(c(\omega), l(\omega)) = \gamma U^\rho \left(c\left(\omega\right), l\left(\omega\right)\right) \\ U_l(c(\omega), l(\omega)) = -\omega\gamma U^\rho \left(c\left(\omega\right), l\left(\omega\right)\right) \end{array} \right. \tag{1.4}$$

Par conséquent,

$$\omega = -\frac{U_l\left(c\left(\omega\right), l\left(\omega\right)\right)}{U_c\left(c(\omega), l\left(\omega\right)\right)} \tag{1.5}$$

Les conditions du premier ordre du problème 1 sont nécessaires et suffisantes pour que le candidat à l'optimum $\left(c\left(\omega\right), l\left(\omega\right)\right)$ soit solution du programme d'optimisation de l'agent de productivité ω. Pour tout ω, le choix par le gouvernement de $c\left(\omega\right)$ et $l\left(\omega\right)$ coïncide avec celui réalisé par les agents au niveau individuel.

Théorème 1 *Supposons que le loisir soit un bien normal. Lorsque l'objectif social est une moyenne d'ordre ρ, où ρ, fini, indexe l'aversion à l'inégalité du gouvernement, le niveau de bien-être des agents, $u\left(\omega\right)$, est strictement décroissant avec le talent ω.*

Preuve. Le premier point de la preuve donne une traduction formelle de la normalité du loisir. Le second établit le théorème.
(1) La condition de normalité du loisir s'écrit :

$$\frac{dl(\omega)}{dT(\omega)} > 0 \tag{1.6}$$

Lorsque l'imposition diminue, le revenu disponible augmente, l'individu demande plus de loisir et offre moins de travail. Soit la fonction $\varphi\left(l\left(\omega\right), T\left(\omega\right)\right)$ définie à partir des conditions du premier ordre du problème 1 :

$$\varphi\left(l\left(\omega\right), T\left(\omega\right)\right) = \omega U_c(\omega l\left(\omega\right) - T(\omega), l(\omega)) + U_l(\omega l(\omega) - T(\omega), l(\omega)) \tag{1.7}$$

$U\left(c\left(\omega\right), l\left(\omega\right)\right)$ étant de classe $\mathcal{C}^2$, $U_c(\omega l(\omega) - T(\omega), l(\omega))$ et $U_l(\omega l(\omega) - T(\omega), l(\omega))$ sont continûment différentiables sur $]\underline{\omega}, \overline{\omega}[\subseteq R_+^*$. On note également que $\varphi_l\left(l\left(\omega\right), T\left(\omega\right)\right) = \omega^2 U_{cc} + 2\omega U_{cl} + U_{ll} = \omega\left[2U_{cl} - \frac{U_l}{U_c}U_{cc} - \frac{U_c}{U_l}U_{ll}\right] \neq 0, \forall\omega \in]\underline{\omega}, \overline{\omega}[$ en raison la stricte quasi-concavité de l'utilité. En appliquant le théorème des fonctions implicites,

$$\frac{dl\left(\omega\right)}{dT\left(\omega\right)} = -\frac{\varphi_T\left(l\left(\omega\right), T\left(\omega\right)\right)}{\varphi_l\left(l\left(\omega\right), T\left(\omega\right)\right)} = \frac{\omega U_{cc} + U_{cl}}{\omega\left[2U_{cl} - \dfrac{U_l}{U_c}U_{cc} - \dfrac{U_c}{U_l}U_{ll}\right]} \tag{1.8}$$

les fonctions ayant pour arguments $\left(\omega l\left(\omega\right) - T(\omega), l(\omega)\right)$. Par (1.6) et (**??**), on obtient :

$$\omega U_{cc}\left(c\left(\omega\right), l\left(\omega\right)\right) + U_{cl}\left(c\left(\omega\right), l\left(\omega\right)\right) < 0 \tag{1.9}$$

En utilisant la valeur de ω donnée par (1.5), le loisir est un bien normal si et seulement si :

$$U_{cc} - \frac{U_c}{U_l}U_{cl} < 0 \tag{1.10}$$

(2) *Cas 1 : aversion positive à l'inégalité* ($\rho \geq 0$) Différentions les conditions du premier ordre (1.4) par rapport à ω. On a :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{cc}c'(\omega) + U_{cl}l'(\omega) = \gamma\rho U^{\rho-1}\left[U_c c'(\omega) + U_l l'(\omega)\right] \\ U_{cl}c'(\omega) + U_{ll}l'(\omega) = -\gamma U^{\rho} - \omega\gamma\rho U^{\rho-1}\left[U_c c'(\omega) + U_l l'(\omega)\right] \end{array} \right. \tag{1.11}$$

qui équivaut à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[U_{cc} - \gamma\rho U^{\rho-1}U_c\right] c'(\omega) + \left[U_{cl} - \gamma\rho U^{\rho-1}U_l\right] l'(\omega) = 0 \\ \left[U_{cl} + \omega\gamma\rho U^{\rho-1}U_c\right] c'(\omega) + \left[U_{ll} + \omega\gamma\rho U^{\rho-1}U_l\right] l'(\omega) = -\gamma U^{\rho} \end{array} \right. \tag{1.12}$$

soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} U_{cc} - \gamma\rho U^{\rho-1}U_c & U_{cl} - \gamma\rho U^{\rho-1}U_l \\ U_{cl} + \omega\gamma\rho U^{\rho-1}U_c & U_{ll} + \omega\gamma\rho U^{\rho-1}U_l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c'(\omega) \\ l'(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\gamma U^{\rho} \end{pmatrix} \tag{1.13}$$

En appliquant la règle de Cramer, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} c'(\omega) = \dfrac{\gamma U^{\rho}\left[U_{cl} - \gamma\rho U^{\rho-1}U_l\right]}{|A|} \\ l'(\omega) = \dfrac{-\gamma U^{\rho}\left[U_{cc} - \gamma\rho U^{\rho-1}U_c\right]}{|A|} \end{array} \right. \tag{1.14}$$

où A est la matrice $\begin{pmatrix} U_{cc} - \gamma\rho U^{\rho-1}U_c & U_{cl} - \gamma\rho U^{\rho-1}U_l \\ U_{cl} + \omega\gamma\rho U^{\rho-1}U_c & U_{ll} + \omega\gamma\rho U^{\rho-1}U_l \end{pmatrix}$. Ainsi :

$$u'(\omega) = U_c c'(\omega) + U_l l'(\omega) = \frac{\gamma U^{\rho}}{|A|}\left[\left(U_{cl} - \gamma\rho U^{\rho-1}U_l\right)U_c - \left(U_{cc} - \gamma\rho U^{\rho-1}U_c\right)U_l\right] \tag{1.15}$$

c'est–à-dire, en simplifiant :

$$u'(\omega) = -\frac{\gamma U^{\rho}U_l}{|A|}\left[U_{cc} - U_{cl}\frac{U_c}{U_l}\right] \tag{1.16}$$

$U_{cc} - U_{cl}\frac{U_c}{U_l} < 0$ en raison de la normalité du loisir. En outre, $\gamma > 0$, $U_l < 0$ et $U^{\rho} > 0$. Le signe de $u'(\omega)$ est opposé à celui de $|A|$. On a :

$$A = \Upsilon'' + \gamma\rho U^{\rho-1}B \tag{1.17}$$

où $B = \begin{pmatrix} -U_c & -U_l \\ \omega U_c & \omega U_l \end{pmatrix}$. B est non inversible. Ses valeurs propres sont 0 et $\omega U_l - U_c < 0$. Donc B est semi-définie négative. $\gamma\rho U^{\rho-1}$ étant positif, A est définie négative. Par conséquent, $|A| > 0$ et $u'(\omega) < 0$. ■

1.2 La solution Rawlsienne est moins défavorable aux talentueux

Proposition 1 *Quand l'aversion à l'inégalité est infinie ($\rho \to \infty$), tous les agents reçoivent le même niveau de bien-être et la consommation et le travail s'accroissent en ω.*

Preuve. La fonctionnelle de bien-être social est Rawlsienne. On transforme le problème 1 à l'aide de la dualité. Le dual consiste à maximiser la somme des recettes fiscales sous contrainte d'égalité des utilités indirectes des différents agents.Par suite, $u'(\omega) = 0$.

$$\max_{c(\omega), l(\omega)} \left\{ \int_{\underline{\omega}}^{\overline{\omega}} T(\omega)\, dF(\omega) = \int_{\underline{\omega}}^{\overline{\omega}} [\omega l(\omega) - c(\omega)]\, dF(\omega) \right\} \tag{1.18}$$

sous la contrainte :

$$\forall \omega \in [\underline{\omega}, \overline{\omega}],\ U(c(\omega), l(\omega)) = \overline{u} \tag{1.19}$$

Les conditions du premier ordre sont :

$$U_c(c(\omega), l(\omega)) = \frac{1}{\lambda(\omega)} \tag{1.20}$$

$$U_l(c(\omega), l(\omega)) = -\frac{\omega}{\lambda(\omega)} \tag{1.21}$$

D'où : $\omega = -\frac{U_l(c(\omega), l(\omega))}{U_c(c(\omega), l(\omega))}$.Trois solutions sont qualitativement possibles en ce qui concerne la variation de la consommation et de l'offre de travail avec la productivité.

- $c(\omega)$ et $l(\omega)$ constants. Ce cas contredit les conditions du premier ordre du problème d'optimisation.
- $c(\omega)$ décroissant et $l(\omega)$ croissant. Considérons une fonction d'utilité Cobb-Douglas : $U(c(\omega), l(\omega)) = \log c(\omega) + \log(1 - l(\omega))$. On a $-\frac{U_l}{U_c} = \frac{c}{1-l}$, décroissant en ω, alors que ω est croissant en ω. Les conditions du premier ordre ne sont pas satisfaites.
- $c(\omega)$ et $l(\omega)$ croissants en ω.

■

1.3 Interprétation

La malédiction des talentueux appelle deux séries de commentaires. La première aborde le problème de taxation optimale sous le seul angle du partage. La seconde est relative à l'implémentation de la solution du premier rang en économie fermée ; .

1.3.1 Partage des ressources

La population considérée ici se compose d'individus qui diffèrent par leur *talent*. Le talent, par essence inaliénable, ne peut être transféré entre les agents.

Le bien-être décroît avec le talent quelle que soit l'aversion, finie, à l'inégalité du gouvernement. La redistribution mise en œuvre peut alors paraître très radicale.Comment expliquer notamment que la redistribution entre individus ayant des préférences identiques ne conduise pas à une égalité des niveaux de bien-être ?

La maximisation de l'utilité sociale exige que les agents les plus talentueux travaillent davantage afin de générer un revenu qui sera redistribué aux moins talentueux. Le loisir de chaque agent est en réalité un bien spécifique, ne pouvant être consommé par un autre agent. Formellement, chaque agent a donc des préférences différentes puisqu'elles portent sur la consommation et sur *son* loisir. Plus les agents sont talentueux, plus le coût *social* d'opportunité de leur loisir est élevé : les agents les plus talentueux sont finalement semblables aux autres si ce n'est qu'ils manifestent des goûts particulièrement dispendieux en terme de loisir. Cela côute moins cher à la société d'accorder une heure de loisir à un peu productif qu'à un très productif. Les agents talenteux sont alors moins bien qu'en l'absence d'imposition. Mais l'augmentation du bien-être des agents les moins talentueux, bénéficiant de la redistribution, supplante la perte d'utilité des plus talentueux. En fin de compte, le bien-être social s'accroît.

Avec la solution utilitariste, l'échelle des bien-être est complètment opposée à celle des talents. On retrouve la sentence marxiste : *"De chacun selon ses talents, à chacun selon ses besoins"*. Ce résultat n'est pas complétement étonnant. L'utilitarisme est en effet uniquement sensible à la somme des bien-être individuels : peu importe que certaines catégories d'agents soient sacrifiées dès lors que le bien-être global s'accroît. Lorsque l'aversion à l'inégalité du gouvernement se renforce, les agents talentueux versent une rente moins importante à la société. A la limite, lorsque l'aversion à l'inégalité du gouvernement devient infinie, tous les agents reçoivent une utilité identique. Avec une fonctionnelle Rawlsienne, la consommation et le travail sont en effet fonctions croissantes de ω. La solution Rawlsienne est donc moins défavorable aux talentueux.

1.3.2 Implémentation

L'implémentation consiste à se demander si la solution de taxation optimale au premier rang reste applicable lorsque l'information devient un bien privé.

Pour une aversion finie à l'inégalité, le bien-être des agents diminue avec le talent. Lorsque l'information est privée, les agents les plus talentueux vont vouloir se "déguiser" en agents moins talentueux afin de bénéficier d'un bien-être supérieur ; la solution de taxation optimale au premier rang n'est pas incitative. Par conséquent, elle n'est pas décentralisable dès lors que le gouvernement ne dispose plus d'une information parfaite sur la compétence des agents. C'est ce qui justifie l'introduction de contraintes d'incitation afin que les agents révèlent leur information.

En revanche, lorsque l'aversion à l'inégalité du gouvernement est infinie, tous les agents reçoivent la même utilité. Les agents talentueux n'ont pas intérêt à se "déguiser" en moins talentueux. La solution Rawlsienne est décentralisable.